



**Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования Центросоюза Российской Федерации
«Сибирский университет потребительской кооперации»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 Л.В. Ватлина

28 мая 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
по дисциплине

ОД.07 МАТЕМАТИКА

по специальности

**09.02.13 Интеграция решений с применением
технологий искусственного интеллекта**

(направленность программы: Применение искусственного интеллекта)

квалификация выпускника:

Специалист по работе с искусственным интеллектом

Новосибирск
2025

Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» разработан в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки Российской Федерации от 17.05. 2012 г. № 413, федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта, утвержденного приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 24.12.2024 № 1025.

РАЗРАБОТЧИК

Н.Н. Беляева, старший преподаватель кафедры статистики и математики

РЕЦЕНЗЕНТ:

С.Л. Злобина, канд. физ-мат. наук, доцент кафедры статистики и математики

Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» рассмотрен и одобрен на заседании кафедры статистики и математики, протокол от 28 мая 2025 г. № 9.

Заведующий кафедрой
статистики и математики



О.А. Чистякова

1. Паспорт ОМ

Этапы формирования компетенций и оценочные материалы для проверки хода освоения дисциплины и достижения планируемых результатов обучения

Результат обучения (по ФГОС)	Наименование оценочного средства	Контролируемые разделы (темы) дисциплины
Личностные результаты освоения учебной дисциплины: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире; навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно исследовательской, проектной и других видах деятельности; Метапредметные результаты освоения учебной дисциплины: владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения; Предметные результаты освоения учебной дисциплины: сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира; сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; сформированность представлений об основных поня-	ПЗ, ВСТ, ВЗ, ВЭ	Темы 1-13

тиях, идеях и методах математического анализа; владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;		
---	--	--

2.1 Оценочные материалы: текущий контроль

Текущий контроль знаний предусматривает проверку качества получаемых обучающимися умений, знаний и навыков.

Основные методы контроля, позволяющие оценить знания, умения и навыки/опыт деятельности в рамках приобретенных компетенций: вопросы собеседования по итогам выполнения практических занятий.

Вид ОМ	Описание оценочного материала
Практические задания (ПЗ)	Тема 1. Геометрические места точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Задание 1. Даны точки $A(-2; 2)$, $B(1; 6)$, $C(1; 1)$; Сделать чертеж и найти: 1. длину отрезка AB; 2. уравнение прямой, проходящей через точки A и B; Задание 2. Пусть $M_1(-2; 4)$ и $M_2(3; 5)$ две точки. Составить уравнение прямой M_1M_2 записать уравнение «в отрезках». Выполнить чертеж. Задание 3. Пусть $M_1(-1; 3)$ и $M_2(-1; 2)$, $M_3(3; 5)$ - вершины треугольника. Написать уравнение медианы M_2K. Выполнить чертеж. Тема 2. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Задание 4. Даны точки $A(-2; 2)$, $B(1; 6)$, $C(1; 1)$; Сделать чертеж и найти: 1. уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно прямой AB; 2. уравнение прямой, проходящей через вершину C перпендикулярно прямой AB; 3. расстояние от точки C до прямой AB. Задание 5. Дана точка $M_1(2; -4)$. Написать уравнение прямой, проходящей через эту точку, параллельной данной $y = 3x - 4$. и построить.

	Задание 6. Прямая отсекает от оси ОУ отрезок $b = 5$. $k = \frac{2}{3}$. Написать общее уравнение. Выполнить чертеж. Тема 3. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек. Задание 7. Вычислить координаты фокусов гиперболы $9(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 36$. Выполнить чертеж. Задание 8. Вычислить координаты фокуса параболы $(x-1)^2 = 8(y-3)$. Выполнить чертеж. Задание 9. Вычислить координаты фокусов эллипса $4(x-1)^2 + 9(y+2)^2 = 36$. Чертеж. Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве. Задание 10. Найти точку пересечения прямой $x = 2t + 1, y = t - 2, z = -t$ и плоскости $x + y + z = 0$. Задание 11. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1, перпендикулярно вектору M_2M_3. $M_1(-1; -2; 3), M_2(1; 2; -3), M_3(0; 2; -3)$. Задание 12. Вычислить угол между плоскостями: $2x - y + 4z - 8 = 0$ и $3x - 2y + 6z = 0$. Тема 5. Многогранники Задание 13. Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что $AB = AC = 5$ см, $BC = 6$ см, $AD = 12$ см. Найти расстояние от точек A и D до прямой BC. Задание 14. Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что $BD = 9$ см, $AC = 10$ см, $BC = BA = 13$ см. Найти расстояние от точки D до прямой AC. Задание 15. Диагональ одной из граней прямоугольного параллелепипеда равна 15 см, а ребро, перпендикулярное к этой грани, имеет длину 8 см. Найдите диагональ параллелепипеда. Тема 6. Тела и поверхности вращения. Задание 16. Найти объем шара V и площадь P ограничивающей его сферы радиуса $R = 6$ см. Задание 17. Найти объем шара V и площадь P ограничивающей его сферы радиуса $R = 6$ см. Задание 18. Высота цилиндра равна 3. Равнобедренный треугольник ABC с боковой стороной 10 и углом A, равным 120 градусам, расположен так, что его вершина A лежит на окружности нижнего основания цилиндра, а вершины B и C на окружности верхнего основания. Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью основания цилиндра Тема 7. Объемы тел и площади их поверхностей Задание 19. Дан правильный тетраэдр с длиной ребра $a = 6$ см. Найти его объем V и площадь полной поверхности P. Задание 20. Дан прямоугольный параллелепипед с ребрами длиной 6, 8 и 7 см. Найти его объем V,
--	--

	площадь полной поверхности Р и длину диагонали d. Задание 21 В основании правильной четырехугольной пирамиды лежит квадрат со стороной 8 см. Её высота 3 см. Найти объем пирамиды V и площадь её полной поверхности Р.
	Тема 8. Координаты и векторы. Задание 22. Вычислить $(\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot \vec{a}$, где $\vec{a} = (-2; 3; 1)$, $\vec{b} = (1; 1; -3)$. Задание 23. Найти значение неизвестной координаты вектора $\vec{p} = \{\alpha; 3; -4\}$, ортогонального вектору $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$. Задание 24. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; -3; 4\}$, $\vec{b} = \{1; 0; 2\}$.
	Тема 9. Числовые и буквенные выражения Задание 25. Упростить $(343 \cdot a^{-6})^{-\frac{1}{3}}$ и вычислить при $a = 7\sqrt{7}$. Задание 26. Упростить: $\left(\frac{x^{-0,5} - x^{-1,5}}{1 - x^{-1}} - 1 \right) \cdot \frac{x^{-0,5} + 1}{x^{-1} - 1}$. Задание 27. Упростить: $\frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}} \cdot \frac{(a+b)^{-1}}{(b^2 - a^2)^{-1}}$
	Тема 10. Тригонометрия Задание 28. Дано $\sin \alpha = -0,3$; $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$. Найти значения остальных тригонометрических функций, а также $\cos 2\alpha$. Задание 29. Упростить: $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 1)$. Задание 30. Вычислить: $\operatorname{ctg}(-945^\circ)$.
	Тема 11. Функции. Задание 31. Найти область определения функции $y = f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$ Задание 32. Построить график функции: $y = -2 - x + 5$ Задание 33. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке $[0; 3]$ $a) f(x) = x^3 - 12x$; б) $f(x) = 2x^2 - x^4$
	Тема 12. Уравнения и неравенства. Задание 34. Решить показательное уравнение $3^{x-1} = 3^x \cdot 3^{x-1}$ Задание 35. Решить неравенство: а) $\log_{0,5} x < 1$; б) $\lg(x - 4) \geq 0$; в) $\log_3 x \leq \log_3 5$

	Задание 36. Решить уравнение $\sqrt{3x-2} = x$	
	Тема 13. Начало математического анализа. Задание 37. Вычислить пределы: А) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$; Б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+5}{x^2-4}$. Задание 38. Вычислить наибольшее значение функции на отрезке, где $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $x \in [0; 4]$. Задание 39. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми: $y = -x^2 - 5x - 6$; $y = x + 2$.	
	Форма предъявления: Задания в текстовом формате, требующие развернутого ответа с обоснованием хода рассуждений, предложений и рекомендаций и самостоятельным принятием управленческих решений. Решение ситуационных заданий осуществляется с целью проверки уровня знаний, умений, владений, понимания студентом основных методов и законов изучаемой теории при решении конкретных задач, умения применять на практике полученные знания. Процедура: Задачи решаются во время занятия или в период самостоятельной работы с использованием информационных материалов (таблицы, нормативные, статистические, правовые справочные материалы). Шкала оценивания /критерии:	
	«Отлично»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями (в т.ч. из лекционного курса), ответы на дополнительные вопросы верные, четкие.
	«Хорошо»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании (в т.ч. из лекционного материала), ответы на дополнительные вопросы верные, но недостаточно четкие.
Вопросы для собеседования по теме на практических занятиях (ВСТ)	«Удовлетворительно»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием (в т.ч. лекционным материалом), ответы на дополнительные вопросы недостаточно четкие, с ошибками в деталях.
	«Неудовлетворительно»	Ответ на вопрос задачи дан не правильный. Объяснение хода ее решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования (в т.ч. лекционным материалом), ответы на дополнительные вопросы не правильные или отсутствуют.
	Тема 1. Геометрические места точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. 1. Уравнение прямой в отрезках. 2. Найти точку пересечения двух прямых. 3. Смысл углового коэффициента, особенности расположения прямой в зависимости от величины углового коэффициента.	
	Тема 2. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Рас-	

	стояние от точки до прямой. 4. Как построить прямую, перпендикулярную данной? 5. Взаимное расположение двух прямых. 6. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
	Тема 3. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек. 7. Классификация линий второго порядка 8. Каноническое уравнение параболы. 9. Определение гиперболы. Фокусы и эксцентриситет.
	Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве. 10. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку. 11. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. 12. Угол между плоскостями.
	Тема 5. Многогранники 13. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. 14. Пирамида. Правильная пирамида. 15. Усеченная пирамида.
	Тема 6. Тела и поверхности вращения. 16. Цилиндр и конус, шар и сфера. Усеченный конус. 17. Формулы объема цилиндра и конуса. Формулы объема шара. 18. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы площади сферы.
	Тема 7. Объемы тел и площади их поверхностей 19. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы. 20. Формулы площади поверхностей призмы. 21. Формулы объема пирамиды
	Тема 8. Координаты и векторы. 22. Скалярное произведение векторов. 23. Единичный вектор. 24. Найти вектор, зная две его координаты и длину вектора.
	Тема 9. Числовые и буквенные выражения 25. Сформулировать теоремы о свойствах корней n-й степени. 26. Приведение многочленов к стандартному виду. 27. Преобразование рациональных выражений.
	Тема 10. Тригонометрия 28. Изобразить график функции тангенса и описать свойства функции 29. Определение синуса, косинуса, тангенса угла. Знаки синуса, косинуса, тангенса. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла 30. Изобразить график функции косинуса и описать свойства функции.
	Тема 11. Функции. 31. Степенная функция, ее свойства и график. 32. Показательная функция, ее свойства и график. 33. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
	Тема 12. Уравнения и неравенства.

	34. Метод интервалов для решения неравенств. 35. Основные методы решения логарифмических уравнений. 36. Однородные уравнения.	
	Тема 13. Начало математического анализа. 37. Записать формулы производных степенной и тригонометрических функций. 38. Определение первообразной, Таблица первообразных и правила интегрирования. 39. Сформулировать достаточный признак максимума (минимума) функции, дать его наглядную иллюстрацию.	
	Форма предъявления: вопросы / темы. Процедура: Индивидуальные выступления или коллективное обсуждение на практических занятиях.	
	Шкала оценивания /критерии:	
	«Зачтено»	Обучающийся знает теоретический материал, терминологию, умеет применять теоретические знания для объяснения обсуждаемых явлений, предлагает практические решения обсуждаемых проблем на основе синтеза изученного материала и личного опыта.
	«Не зачтено»	Обучающийся не освоил теоретический материал, не продемонстрировал умение применять знания для решения поставленных задач. Обучающийся отказался от ответа.

2.2. Оценочные материалы: промежуточная аттестация

Вид ОМ	Описание оценочного материала	
	Тема	Перечень вопросов
ВДЗ, ВЭ	<i>Тема 1. Геометрия на плоскости</i>	Геометрические места точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми.
	<i>Тема 2. Прямые на плоскости.</i>	Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
	<i>Тема 3. Эллипс, гипербола, парабола</i>	Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.
	<i>Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве</i>	Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Изображение пространственных фигур.

ВЭ	<i>Тема 5. Многогранники</i>	Вершины, ребра, грани многогранника. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Симметрии в кубе, в параллелепипеде. Сечения многогранников. Построение сечений. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
	<i>Тема 6. Тела и поверхности вращения</i>	Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.
	<i>Тема 7. Объемы тел и площади их поверхностей</i>	Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.
	<i>Тема 8. Координаты и векторы</i>	Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.
	<i>Тема 9. Числовые и буквенные выражения</i>	Делимость целых чисел. Деление с остатком. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых алгебраических уравнений. Теорема Безу. Число корней многочлена. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

	<i>Тема 13. Начала математического анализа</i>	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Геометрический метод решения задачи линейного программирования Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты. Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.
Форма предъявления: Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.		
Процедура: Дифференцированный зачет, экзамен проводится в конце семестра по завершении аудиторной и самостоятельной работы по дисциплине путем собеседования		

Билеты к экзамену:

Билет № 1

1. Понятие возрастающей функции, пример, графическая иллюстрация.
2. Свойства степеней с действительным показателем. Доказательство одной из теорем о свойствах степеней с рациональным показателем.
3. а) Решите уравнение: $\log_4 x + \log_4 3 = \log_4 15$.
 б) Решите систему уравнений:

$$\lg x + \lg y = 3$$

$$x^{\lg x} = 10000$$

4. а) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 3$, $x = 2$, $x = 5$, $y = 0$
 б) Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 6x$ и параболой $y = 12x - 3x^2$.

Билет № 2

1. Понятие о точках максимума (минимума) функции, пример, графическая иллюстрация.
 2. Вывод общей формулы корней уравнения $\sin x = a$.

3. а) Вычислите: $-\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$.

б) Вычислите: $3^{-4} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} \cdot 9 - 27^{-\frac{4}{3}} + (8^0)^3 \cdot 2 + (0,125)^{-\frac{2}{3}}$

4. а) Решите неравенство $\log_2 (2,5x + 1) \leq -2$

б) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{\log_7 (10 - 2x)}{3 - x}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = \frac{2}{3 - x}$

Билет № 3

1. а) Понятие о степени с рациональным показателем.
 б) Понятие арксинуса числа, пример.
 2. Основное свойство первообразной, его геометрическая иллюстрация.
 3. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 1 + \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$.
 б) Исследуйте функцию $y = xe^x$ и постройте ее график.

4. а) Решите неравенство $\log_{\frac{5}{3}} (1,8x - 3) \leq -1$.

б) Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{27} - x^2 \right)$.

Билет № 4

1. а) Понятие убывающей функции, пример, графическая иллюстрация.
 б) Понятие арккосинуса числа, пример.
 2. Показательная функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.
 3. а) Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t) = 4t^2 - t$, где $x(t)$ – координата точки в момент времени t . Найдите скорость точки при $t = 2$.

б) В каких точках касательная к кривой $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 1$ параллельна прямой $y = 2x - 1$?

4. а) Найдите наименьшее значение функции $y = 4\sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ если $x \in \left[\frac{5\pi}{6}; \frac{9\pi}{6}\right]$

б) Найдите наименьшее целое значение функции $y = \frac{5}{3}\sqrt{5\cos^2 x - 4\sin^2 x + 20}$.

Билет № 5

1. а) Основные тригонометрические тождества.
 б) Понятие арктангенса числа, пример.
 2. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.
 3. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2 - x^2 + 3x^4$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
 б) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$.

4. а) Найдите сумму всех целых чисел из области определения функции $y = \sqrt[8]{5 - \sqrt{4x + 13}}$.

б) Найдите наименьшее целое число, которое не входит в область определения функции

$$y = \lg(|2x - 3| - 28)$$

Билет № 6

1. Понятие производной, ее механический смысл.

2. Вывод общей формулы корней уравнения $\cos x = a$.

3.

а) Упростите выражение $\log_7 14 + \log_7 \frac{49}{4} - \log_7 3,5$

б) Вычислите значение выражения $(\sqrt{2})^{\log_2 5 + \log_2 81}$

4. а) Найдите значение функции $y = \frac{3f(x) - 2f(-x)}{2g(x) - 3g(-x)}$ точке x_0 , если известно, что функция $y =$

$f(x)$ – четная, функция $y = g(x)$ – нечетная, $f(x_0) = 5$, $g(x_0) = 1$.

б) Даны четная функция $y = f(x)$ и нечетная функция $y = g(x)$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$, если для всех действительных значений x выполняется равенство $f(x) + g(x) = 2x + 7$.

Билет № 7

1. Понятие производной, ее геометрический смысл.

2. Вывод общей формулы корней уравнения $\lg x = a$.

3. а) Вычислите $\sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09}$.

б) Упростите выражение
$$\frac{\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2}{1 + \sin \alpha}$$

4. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3\cos x - 2x$ в его точке с абсциссой $x_0 = -\frac{\pi}{2}$

б) Нечетная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной x значение этой функции совпадает со значением функции $g(x) = x(2x + 1)(x - 2)(x - 3)$. Сколько корней имеет уравнение $f(x) = 0$?

Билет № 8

1. а) Понятие синуса числа, пример, графическая иллюстрация.

б) Понятие о непрерывности функции, пример, графическая иллюстрация.

2. Свойства корней n -й степени. Доказательство одной из теорем.

3. Решите уравнение

а) $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

б) $4\sin x + 3\cos x = 5$.

4. а) Найдите множество значений функции $y = 7 + \log_{0,5} x$

б) Найдите наибольшее значение функции $y = 2 - \log_8 (2^{-x})$ на отрезке $[-3; 6]$

Билет № 9

1. а) Понятие косинуса числа, пример, графическая иллюстрация.

- б) Теоремы о непрерывности рациональных и дробно-рациональных функций на области их определения.
2. Свойства логарифмов. Доказательство одной из теорем (по выбору учащегося).
3. а) Найдите первообразную функции $f(x) = e^x - x^3$
- б) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$, $3y + 2x = 8$ и осью абсцисс.
4. а) Решите уравнение $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$
- б) Найдите произведение корней уравнения $(x+3)^{\log_5(x+3)} = 3$.

Билет № 10

1. Понятие о первообразной функции.
2. Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.
3. а) Решите уравнение $\log_5(8x) = \log_5 27 - \log_5 3$.
- б) Решите уравнение $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2\log_2(3^{x-1} + 1)$

4. а) Найдите область определения функции $y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{5-6x+x^2}}$

б) Найдите все значения a , при которых функция $y = \sqrt[3]{-4x^2 - 2ax + a}$ имеет максимум в точке $x_0 = 1,25$.

Билет № 11

1. а) Нахождение скорости процесса, заданного формулой.
- б) Понятие об интеграле.
2. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.
3. Вычислите:

а) $\log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7}$

б) $6(\log_2 125)\log_5 2 + 2^{\lg 7} \cdot 5^{\lg 7}$

4. а) Решите уравнение $(2^{x^2-1} - 8)\left(\sqrt[4]{1-5x}\right) = 0$

б) Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 81 \cdot 3^x, \\ y = |x+2| - 1. \end{cases}$

Билет № 12

1. а) Формула Ньютона–Лейбница.
- б) Формула Ньютона–Лейбница. Пример применения формулы для вычисления интегралов.
2. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.
3. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt[5]{288t^2}}{\sqrt[5]{16t^7}}$

б) $\frac{a-b}{a+b+2\sqrt{ab}} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})$, где $a > 0$ и $b > 0$.

4. а) Решите уравнение $(3^{0,5x+7} - 9)\log_2(5+2x) = 0$

б) Найдите сумму корней уравнения $x^{\log_7 x - 3} = \frac{1}{49}$

Билет № 13

1. Правило нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции, пример.
2. а) Синус и косинус двойного угла.
- б) Формулы суммы и разности синусов (косинусов). Доказательство одной из формул.

3. а) Найдите значение выражения $\frac{c^{\frac{2}{5}}}{\frac{c^{\frac{2}{5}}}{\frac{8}{5}}}$ при $c = 4$.

б) Вычислите: $\left(7,3\sqrt[3]{49\sqrt{7}} - 0,3\sqrt[3]{7\sqrt[3]{49}}\right)^{\frac{6}{11}}$.

4. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{27} - 3^{6-x^2}\right) \log_2(4 + 5x) = 0$

б) Решите уравнение $\sqrt{(3 - 6^x)^2} + \sqrt{(6 + 6^x)(11 - 6^x)} = 6^x - 3$.

Билет № 14

1. Понятие экстремума функции, пример.

2. Формулы сложения тригонометрических функций и следствия из них. Доказательство одной из формул и следствия из нее.

3. а) Упростите выражение $\sqrt[3]{3^{14}a^7}$

б) Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + ab}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}\right) : \sqrt{\frac{a}{a+b}}$ при $a = 4$ и $b = 5$.

4. а) Решите уравнение $2 - \log_4(x + 3) = \log_4(x + 3)$.

б) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{\log_5(15 - 2x)}{17 - 4x}$ лежат выше

соответствующих точек графика функции $y = \frac{3}{17 - 4x}$.

Билет № 15

1. а) Понятие четной функции, пример, графическая иллюстрация.

б) Признак постоянства функции на промежутке, пример, графическая иллюстрация.

2. Теорема о вычислении площади криволинейной трапеции.

3. а) Найдите значение выражения $\frac{y^{0,5}}{y^{0,5} + 4} + \frac{4y^{0,5}}{y - 16}$ при $y = 18$.

б) Вычислите: $(0,001)^{\frac{1}{3}} + 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} \cdot 4 - 8^{\frac{4}{3}} + (9^0)^2 \cdot 5$.

4. а) Решите уравнение $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2\log_2(3^{x-1} + 1)$.

б) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{\log_7^2(23 - 4x)}{3x + 5}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = \frac{11}{-3x - 5}$.

Билет № 16

1. а) Понятие тангенса числа.

б) Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл.

2. Степенная функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.

3. а) Упростите выражение $(\cos x - \sin x)^2 + 2\sin x \cos x$.

б) Найдите значение выражения $\sqrt{6} \cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{5}$.

4. а) Решите неравенство $(\log_{0,8} x) \cdot (\log_{0,8}(x + 9)) \geq 0$.

$$\sqrt{3 - 2x} \cdot \log_2(10 - x^2) = 0$$

б) Решите уравнение

Билет №17

1. Основные тригонометрические тождества.
2. Правила вычисления первообразных. Доказательство одного из правил.

3. а) Решите неравенство $\frac{x+5}{(x-1)(5x+3)} \leq 0$.

б) Решите неравенство $2 + \frac{8}{x} < 0$.

4. а) Найдите длину промежутка возрастания функции $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 1}$.
б) Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x - 2\ln x$.

Билет № 18

1. а) Логарифм числа, пример.
б) Логарифм числа, пример, основное логарифмическое тождество.
2. Таблица первообразных элементарных функций.

3. а) Решите уравнение $7 \cdot 3^{x+3} + 3^{x+2} = 22$

б) Решите неравенство $49 \cdot 7^x < 7^{3x+3}$

4. а) Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ на промежутке $\left[\frac{5\pi}{4}; \frac{17\pi}{12}\right]$

б) Найдите наименьшее целое значение функции $y = 12 \cdot 5^{\sin 3x \cos 2x - \cos 3x \sin 2x - 2}$

Билет № 19

1. Формулы приведения, примеры.
2. Теорема о производной суммы двух функций.

3. а) Упростите выражение $\log_5 \frac{35}{3} + \log_5 \frac{75}{7}$.

б) Вычислите: $5\log_3 25 \cdot \log_5 81 + 15^{\log_{15} 7}$.

4. а) Решите уравнение $\left(10^{x^2-46} - 1000\right)\sqrt[12]{-3x-15} = 0$.

б) Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{4^x - 18 \cdot 2^x}{20 - 3x}$ лежат ниже соответствующих точек графика функции $y = \frac{-32}{20 - 3x}$.

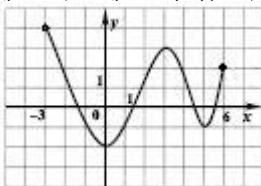
Билет № 20

1. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .
2. Достаточные условия возрастания функции.

3. а) Решите уравнение $\sqrt{3x+4} = x$

б) Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 14x + 21} + 4 = x$

4. а) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-3; 6)$. Укажите множество значений этой функции.



б) Найдите наибольшее значение функции $y = 1 - \log_9(3^{-x})$ на отрезке $[-1; 5]$.

Билет № 21

1. Понятие котангенса числа, пример.
2. Таблица производных элементарных функций (степенной, синуса, косинуса). Доказательство одной из формул.
3. а) Найдите значение выражения $6 \cdot 4,5^{\log_{4,5} 9}$
 б) Найдите значение выражения $2\log_{49} \frac{12}{7} - \log_7 12 + 9$
4. а) Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ на промежутке $\left[\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right]$
 б) Найдите наибольшее целое значение функции $y = 7 \cdot 2^{3\sin^2 x + 4\cos^2 x - 5}$

Билет № 22

1. Понятие нечетной функции, пример, иллюстрация на графике.
2. Производная показательной функции.
3. а) Решите уравнение $2\sin x = -1$.
 б) Решите уравнение $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$.
4. а) Найдите множество значений функции $y = 3 + \log_5(5^{-x})$ на промежутке $[-1; 3]$.
 б) Найдите минимум функции $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + 7\frac{1}{6}$.

Билет № 23

1. Понятие степени с рациональным показателем.
2. Касательная. Вывод уравнения касательной к графику дифференцируемой функции в данной точке.
3. Решите уравнение
 а) $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$.
 б) $2\sin x (\operatorname{tg}^2 x + 1) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
4. а) Найдите наименьшее значение функции $y = 5 + \log_2(2^x)$ на отрезке $[-3; 1]$.
 б) Найдите наименьшее значение функции $y = 3 - \log_4(2^{-x})$ на отрезке $[-1; 3]$.

Билет № 24

1. Понятие периодической функции, пример, иллюстрация на графике.
2. Достаточные условия убывания функции.
3. а) Найдите значение $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ и $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
 б) Найдите значение выражения $10\cos(\operatorname{arctg} \sqrt{3})$
4. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{27} - 3^{6-x^2}\right) \log_2(4 - 5x) = 0$.
 б) Найдите наименьшее значение a , при котором уравнение $xe^x = a$ имеет единственное решение.

Билет № 25

1. а) Логарифм числа, пример. Формула перехода к новому основанию логарифма.
б) Понятие об интеграле.
2. Достаточные условия существования максимума (минимума) функции.
3. а) Решите уравнение $2\cos x - 1 = 0$.
б) Решите уравнение $3\cos x - \sin 2x = 0$.
4. а) Найдите промежутки возрастания функции $y = e^x - x$.
б) При каких значениях a функция $f(x) = e^{2x} \cdot x^2 + ae^{2x} + 3$ возрастает на всей числовой прямой?

Критерии оценки знаний по балльной шкале:

5 Отлично:

Содержание ответа полностью правильное. Экзаменуемый свободно оперирует всеми основными и дополнительными терминами и понятиями в рамках программы. Изложение материала грамотное, логичное. Самостоятельно, правильно, в полном объеме выполняет задания, предусмотренные программой, применяет творческий подход.

4 Хорошо:

Содержание ответа преимущественно правильное. Возможно присутствие 1-2 незначительных неточностей. Экзаменуемый показывает твёрдые знания всех основных терминов и понятий в рамках программы. Изложение материала достаточно грамотное и последовательное. Самостоятельно, преимущественно правильно, в полном объеме выполняет задания, предусмотренные программой, действует по известным алгоритмам.

3 Удовлетворительно:

Содержание правильное в большей части ответа. Возможно присутствие 3-4 незначительных неточностей. Экзаменуемый показывает знания большей части основных терминов и понятий в рамках программы. Изложение материала не вполне грамотное и последовательное. Выполняет задания, предусмотренные программой, по большей части правильно, в полном объеме только с дополнительной помощью, действует по известным алгоритмам.

2 Неудовлетворительно:

Содержание правильное в меньшей части ответа или полностью неправильное. Экзаменуемый показывает знания меньшей части основных терминов и понятий в рамках программы или их полное отсутствие. Информация излагается неграмотно, неупорядоченно. Не справляется с большей частью заданий даже с дополнительной помощью.